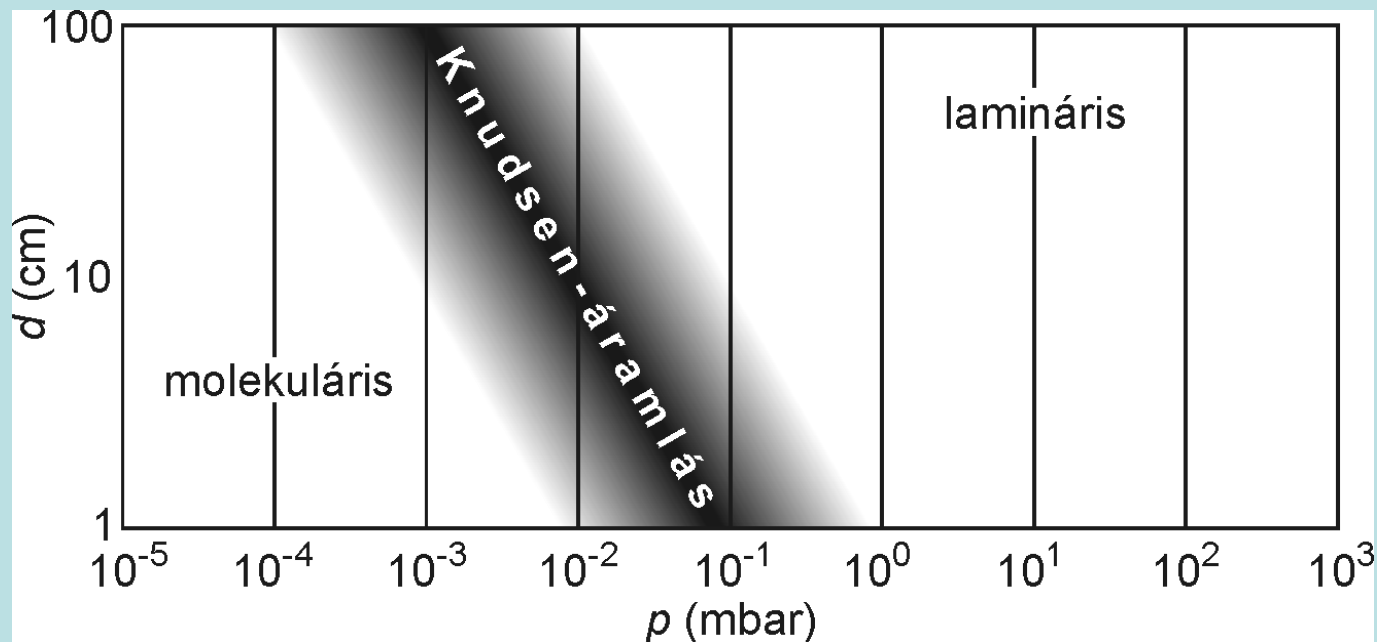


*Bohátka Sándor és Langer Gábor*

## 4. GÁZOK ÁRAMLÁSA



## 4. GÁZOK ÁRAMLÁSA

*Vákuumrendszerekben a gázáramlás csökkentett nyomáson megy végbe.*

*Az áramlást erők határozzák meg,*

*- ezek hatása a gáz sűrűsége, nyomása függvényében változó.*

*A nyomáskülönbségből és a súrlódásból származó erők*

*- durva és közepes vákuumban ( $1000 - 10^{-3}$  mbar): döntőek,*

*- nagy- és ultranagy-vákuumban ( $<10^{-3}$  mbar): elhanyagolhatóak, itt az áramlást a gázcseppcskék egyedi mozgásának statisztikus átlaga alakítja ki.*

### 4.1. ÁRAMLÁSI TARTOMÁNYOK

*Az áramlási tartományokat a gázáramlás természete (a Knudsen-szám írja le) és a vezetéken átáramló gáz relatív mennyisége határozza meg.*

*A gáz természete szerinti áramlási tartományok:*

- 1. Viszkózus (kontinuum) tartomány (nagy nyomás, azaz  $\bar{Kn}$  kicsi, a gázok egymás közötti ütközése domináns):*
- 2. Molekuláris tartomány (alacsony nyomás, azaz  $\bar{Kn} > 1$  a gázvezeték keresztmetszeti méreténél, és a gázok egymással nem ütköznek).*
- 3. Átmeneti (Knudsen-) áramlás tartománya: a két előző típus között (a gázok nem csak a fallal, de egymással is ütköznek).*

A gáz természetét meghatározó

Knudsen-szám:

$$Kn = \frac{\bar{l}}{d}$$

, ahol

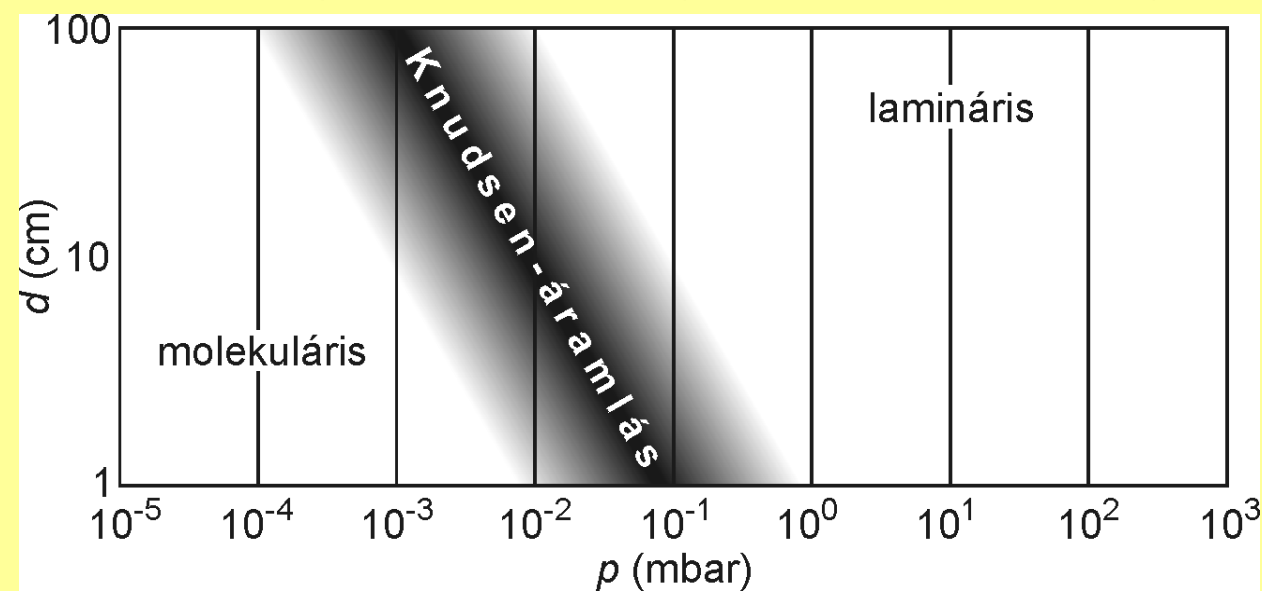
(4.1.1.)

$\bar{l}$  a közepes szabad úthossz,  $d$  a vezeték **hidraulikus átmérője** (az áramlási vezeték jellemző mérete). A  $d$ -t a  $d = 4A/B$  egyenlőség definiálja, ahol  $A$  a vezeték keresztmetszetének területe,  $B$  a kerülete. **Körnél  $d$  az átmérő!**

4.1.1. tábl. Az áramlás típusa, a  $Kn$ ,  $p$  és  $d$  közötti összefüggés ( $F = \bar{l}_{\text{levegő}} / \bar{l}_{\text{gáz}}$ ).

\*A határok nem élesek, egyes közleményekben a feltétel:  $Kn > 0,5$ .

| Áramlás     | $Kn \ (\bar{l}/d)$ | $p \text{ (mbar)}, d \text{ (cm)}$  | Nyomástart. (átlagos méretnél)      |
|-------------|--------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| Molekuláris | $Kn > 1^*$         | $p \cdot d \cdot F < 0,0066$        | nagyvákuum ( $<10^{-3}$ mbar)       |
| Átmeneti    | $1 > Kn > 0,01$    | $0,0066 < p \cdot d \cdot F < 0,66$ | közepes vákuum( $10^{-3} - 1$ mbar) |
| Viszkózus   | $Kn < 0,01$        | $p \cdot d \cdot F > 0,66$          | Durvavákuum (1 – 1000 mbar)         |



A tábl. középső oszlopa a korábban megismert  $\bar{l} \ p = 0,0066 \text{ mbar} \cdot \text{cm}$  (2.4.6.) felhasználásával származtatható.

4.1.1. ábra. Az áramlási tartományok, a nyomás és a cső átmérőjének kapcsolata.

#### 4.1.1. **Viszkózus (kontinuum) áramlás**

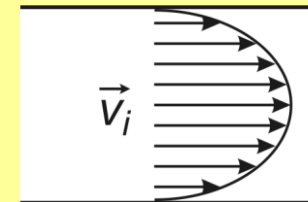
Nagyobb nyomáson ( $\bar{l} \ll d$ ) a nyomáskülönbségből és a súrlódásból származó erők szabják meg a gáz áramlását.

- A molekulák egymás közötti ütközésszáma  $\gg$  fal és molekulák ütközései,
- a gáz belső súrlódása számottevő,
- a gáz összenyomható,
- néhány közepes szabad úthossznyi távolságon a gáz jellemző tulajdonságai változatlanok, a gáz folytonos közegnek tekinthető,
- a gáz mozgását a hidrodinamika segítségével elemezhetjük és írhatjuk le.

##### **Lamináris áramlás:**

a gáz sebessége és a felület egyenetlenségei elég kicsik, és a gáz az akadályok körül simán, áramvonalakkal halad el

- az áramlást a vezetékben levő nyomáskülönbség hajtja,
- a viszkozitás erősen befolyásolja,
- kis sebességnél a gáz a vezeték falával párhuzamos vonalakban halad,
- az áramlási vezeték közepén a gáz áramlási sebessége maximális, a vezeték falán pedig 0,
- áramlási front alakul ki (lásd az ábrát).



Áramlási front

##### **Turbulens áramlás:**

a sebesség növekedésével egy kritikus sebességnél az áramvonalak megtörnek, örvények keletkeznek (kaotikus, mint a jármű utáni légmozgás).

A viszkózus áramlás lamináris és turbulens tartományában más-más módon tudjuk közelíteni a gázzállítási és egyéb jellemzők számítását.

A lamináris és turbulens jelleg között a gáz relatív mennyiségére jellemző *Reynolds számmal (Re)* tudunk különbséget tenni.

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta} \quad (4.1.2.)$$

$$Re = \frac{4m_a}{\pi k T \eta} \frac{Q}{d} \quad (4.1.2. a)$$

*Re* kifejezésében  $\rho$ : a gáz sűrűsége;  $v$ : a gáz áramlási sebessége;  $\eta$ : a gáz viszkozitása;  $d$ : a vezeték hidraulikus átmérője,  $Q$  a  $d$  átmérőjű csőben egységnyi idő alatt átáramló gázmennyiség (gázmennyiség-áram:  $(Q = pV/t)$ ).

A Reynolds-szám a turbulencia, illetve a viszkozitás következtében fellépő nyírási feszültség aránya.

**Levegőre 22 °C-on *Re* kifejezése egyszerűsödik:**

$$Re = 8,4 Q/d, \text{ ahol } [Q/d] = \text{mbar} \cdot \ell \cdot \text{s}^{-1} \text{cm}^{-1} \quad (4.1.3.)$$

| <i>A viszkózus áramlás</i> | <i>lamináris</i>    | <i>átmeneti</i>         | <i>turbulens</i>    |
|----------------------------|---------------------|-------------------------|---------------------|
| <i>ha</i>                  | <i>Re &lt; 1200</i> | <i>1200 ≤ Re ≤ 2200</i> | <i>2200 &lt; Re</i> |

*E feltételekből következik a gázmennyiség-áram és az átmérő viszonyára :*

**Turbulens a 22 °C-os levegő áramlása, ha a mennyiségek számértékére nézve**

$$Q > 260 d \quad (\text{ez érvényes, ha } [Q] = \text{mbar} \cdot \ell/\text{s}, [d] = \text{cm})$$

**Lamináris a 22 °C-os levegő áramlása, ha a mennyiségek számértékére nézve**

$$Q < 140 d \quad (\text{ez érvényes, ha } [Q] = \text{mbar} \cdot \ell/\text{s}, [d] = \text{cm})$$

## 4.1.2. Molekuláris áramlás

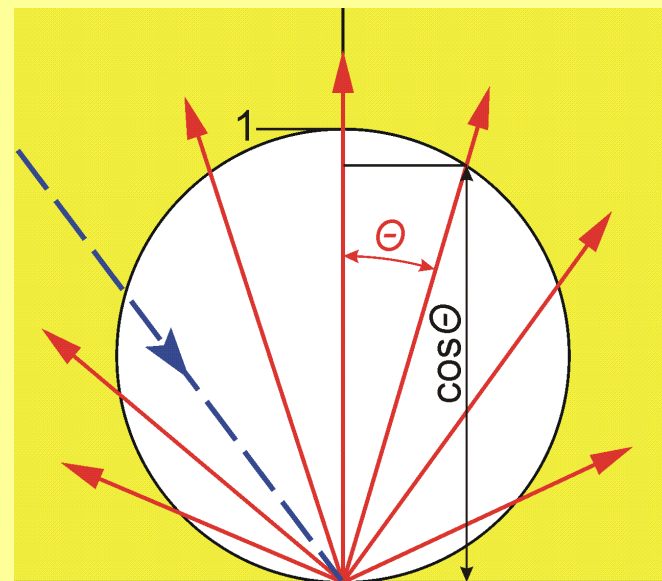
**Alacsony nyomáson a közepes szabad úthossz nagy:  $\bar{l} > d$ ,  $Kn > 1$ .**

- A molekulák a hőmérséklettől függő termikus sebességgel repülnek,
- az edény falával való ütközés gyakorisága  $\gg$  molekula–molekula ütközés,
- egy ütközés után a gázcseppcskék szabadon mozognak – a kis gázsűrűség miatt túlnyomó gyakorisággal – a falig.

Molekuláris áramlásban a vezetéken átáramlott gáz mennyisége (jóllehet arányos a nyomáskülönbséggel, de azt nem a nyomáskülönbség tartja fenn, hanem) a vezeték két irányában véletlenszerűen haladó molekulák anyagáramának különbségeként fogható fel.

**A gázcseppcskék falon való ütközése a „koszinuszos törvényt” követi.**

4.1.2. ábra. A „koszinuszos törvény” szemléltetése. A falon való ütközés után a tetszőleges  $\Theta$  szögű repülés valószínűsége (**cos  $\Theta$** )-val arányos. A valószínűségek a fekete kör kerületét rajzolják ki.



## 4.1.3. Átmeneti (Knudsen-) áramlás

**$1 > Kn > 0,01$  tartományban a gázáramlás átmeneti a mol. és viszk. között.**

## 4.2. GÁZÁRAM, SZÍVÓSEBESSÉG, SZIVATTYÚZÓ KÉPESSÉG (GÁZSZÁLLÍTÁS) – szivattyú szívósebessége, gázszállítása

A gázáram az  $A$  keresztmetszeten átáramló közeg  $\Delta X$  mennyiségének és az áthaladás  $\Delta t$  időtartamának hányadosa. Def.:  $q =: \Delta X / \Delta t$  (4.2.1.)

**Térfogati áram** (ha  $X$  a gáz térfogata):  $q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V}$ ;  $[q_V] = \frac{m^3}{s}, \frac{l}{s}$  (4.2.2.)

**Tömegáram** (ha  $X$  a gáz tömege):  $q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \dot{m}$ ;  $[q_m] = \frac{kg}{s}$  (4.2.3.)

**Moláris áram** (ha  $X$  a mólok száma):  $q_v = \frac{\Delta \nu}{\Delta t} = \dot{\nu}$ ;  $[q_v] = \frac{mol}{s}$  (4.2.4.)

**Részecskeszám áram** (ha  $X = N$ ):  $q_N = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \dot{N}$ ;  $[q_N] = \frac{1}{s}$  (4.2.5.)

**Gázmennyiség-áram (gázszállítás)** (ha  $X = pV$ ):

$$Q = \frac{d(pV)}{dt} = (p \cdot \dot{V}) = q_{pV} = p \cdot q_V = p \frac{\bar{c}}{4} \Delta A = \sqrt{\frac{kT}{2\pi \cdot m_a}} \Delta A \cdot p \quad (4.2.6.)$$
$$[Q] = Pa \cdot m^3 \cdot s^{-1} = Js^{-1} = W; \text{ mbar}\ell/s$$

$Q$  energia jellegű mennyiség, de nem mozgási vagy potenciális energia, hanem a molekuláknak az adott síkon keresztül való szállításához szükséges energia. Az elnevezésben az áram (angolban flowrate) helyett fluxus (fluxrate) is használatos a jellemző mennyiség nevéhez kapcsolva.



**Vákuumszivattyú szívósebessége** (pumping speed), jele **S**:

a szivattyú  $p$  nyomású torkában időegység alatt elszívott gáztérfogattal definiáljuk – mindig hozzáértjük az értelmezési nyomás(tartomány)át:

$$\text{def.: } S_{sziv} =: \dot{V}_{sziv} = \frac{dV_{sziv}}{dt} = \left(_{(4.2.2.)\text{ szerint}} = q_{V_{sziv}}\right) [S] = m^3 \cdot s^{-1}; l \cdot s^{-1} \quad (4.2.7.)$$

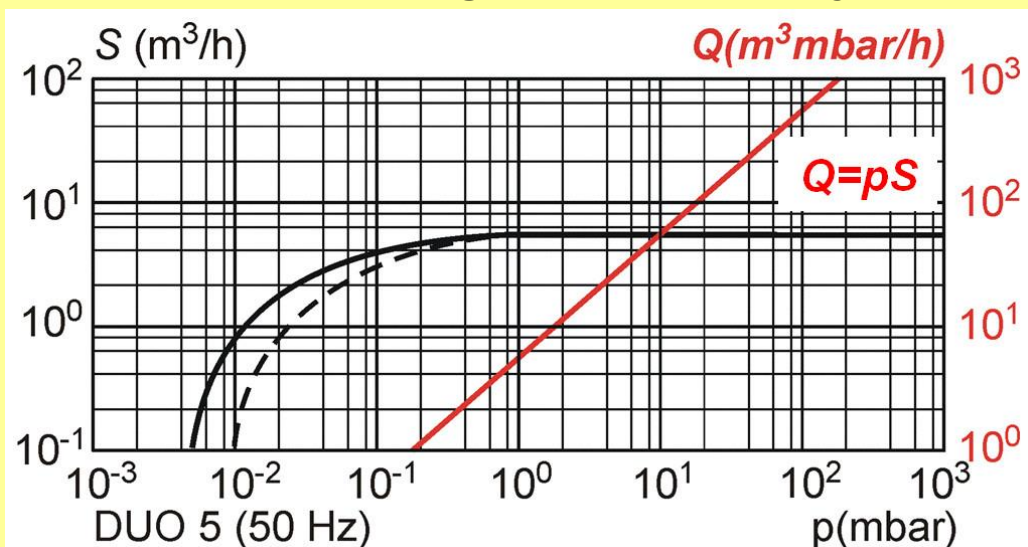
**Vákuumszivattyú gázmennyiség-árama (gázszállítása vagy szivattyúzó képessége** – throughput):

$$\text{def.: } Q_{sziv} =: (p \cdot \dot{V})_{sziv} = \left(_{(4.2.6.)\text{ szerint}} = q_{pV_{sziv}} = p \cdot q_{V_{sziv}}\right) = p \cdot S_{sziv} \quad (4.2.8.)$$

$$Q_{sziv} = pS_{sziv}; S_{sziv} = Q_{sziv}/p \quad (4.2.9.)$$

$$[Q] = Pa \cdot m^3 \cdot s^{-1} = Js^{-1} = W; \text{ mbar}\ell/s$$

Sok szivattyúnak egy széles nyomástartományban állandó a szívósebessége, ebből következően a gázszállítása a nyomással arányos (ábra).



4.2.1. ábra. Egy forgólapátos szivattyú szívósebesség-karakterisztikája (DUO 5 MC, Pfeiffer [P2]). A  $Q$  gázmennyiség-áram egyenesét mi illesztettük be.



### 4.2.1. Szívósebesség mérése

A szivattyú  $S_{sz}$  szívósebessége az elszívott gázmennyiség-árammal egyensúlyt tart az üzemi  $p$  nyomáson:

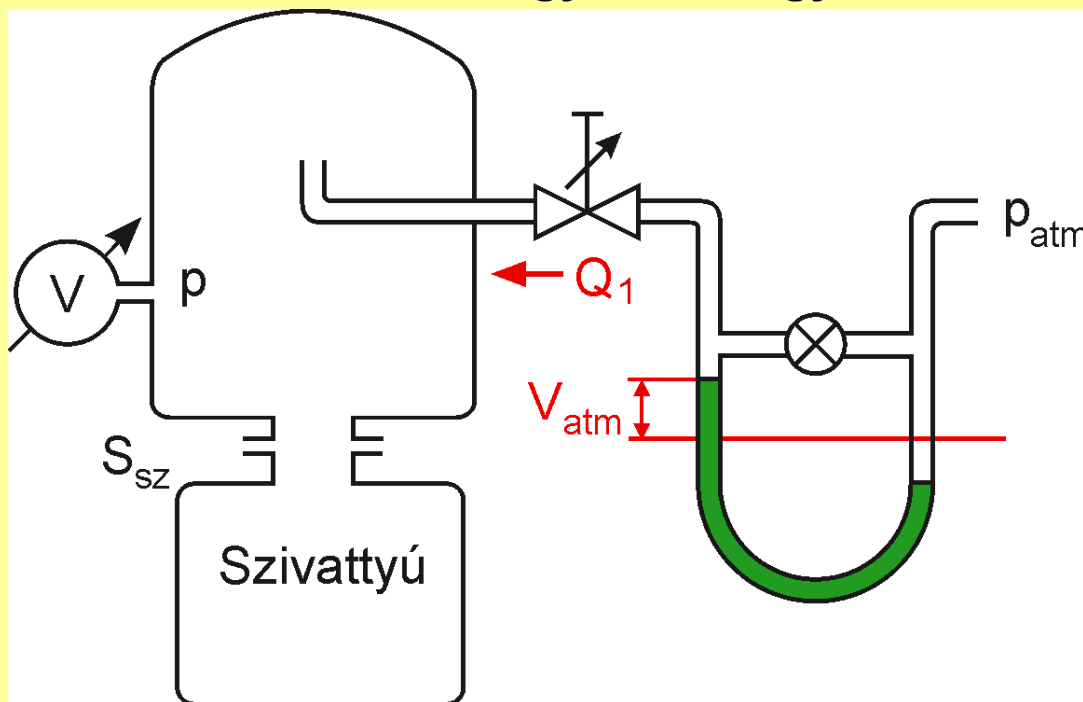
$$Q = p \cdot S_{sz}$$

Ha mesterségesen egy többlet  $Q_1$  gázmennyiség-áramot engedünk be, akkor az  $\Delta p$  értékkel növeli a vákuumrendszerben az üzemi nyomást:

$$Q + Q_1 = S_{sz} (p + \Delta p)$$

A két egyenletet egymásból kivonva:

$$Q_1 = S_{sz} \cdot \Delta p$$



$$Q_1 = p_{atm} \cdot V_{atm} / t, \text{ ahol}$$

$p_{atm}$ ,  $V_{atm}$  és a  $V_{atm}$  térfogat beengedéséhez szükséges  $t$  idő a 4.2.2. ábra elrendezésével mérhető.

$$S_{sz} \cdot \Delta p = p_{atm} \cdot V_{atm} / t$$

$$S_{sz} = \frac{p_{atm} \cdot V_{atm}}{\Delta p \cdot t}$$

### 4.2.2. ábra. Egy elrendezés szivattyú szívósebességének méréséhez.

A  $\Delta p$  különbséget mérő vákuummérő 0-pontját nem fontos ismerni, de a leolvasás skálájának pontossága meghatározza a szívósebesség pontosságát is. Az áramlásmérő az elszívott gázmennyiség-áramtól függően különböző típusú lehet, a mérőkamra kialakítására már szabványok is rendelkezésre állnak.

### 4.3. GÁZVEZETÉKEK ÁRAMLÁSI ELLENÁLLÁSA, VEZETŐKÉPESSÉGE

A szivattyú és a leszívandó tér (recipiens) közé legtöbbször gázvezetőket (nyílások, csövek) kell beiktatni.

A vezetékeken szivattyúzaskor áthaladó gázáram nyomáskülönbség hatására jön létre, vagy (mol. áraml.-nál) azzal arányosan alakul ki.

A vezetékek ellenállása van a gázáramlással szemben.

**A gázvezeték áramlási ellenállását ( $Z$ ) az  $R=U/I$  elektromos analógiával definiáljuk:**

$$Z =: \frac{\Delta p}{q_{pV}} = \frac{\Delta p}{Q} \quad [Z] = m^{-3} \cdot s ; \quad \underline{m^{-3} \cdot h ; l^{-1} \cdot s} \quad (4.3.1.)$$

**A gázvezeték vezetőképessége ( $C$ ):**

$$C =: \frac{1}{Z} = \frac{Q}{\Delta p} \quad [C] = m^3 \cdot s^{-1} ; \quad \underline{m^3 \cdot h^{-1} ; l \cdot s^{-1}} \quad (4.3.2.)$$

**A vezetőképesség és a szívósebesség mértékegysége azonos!!**

#### ÁRAMLÁSI ELLENÁLLÁSOK, VEZETŐKÉPESSÉGEK ÖSSZEKAPCSOLÁSA

Ezt is elektromos analógia alapján értelmezzük.

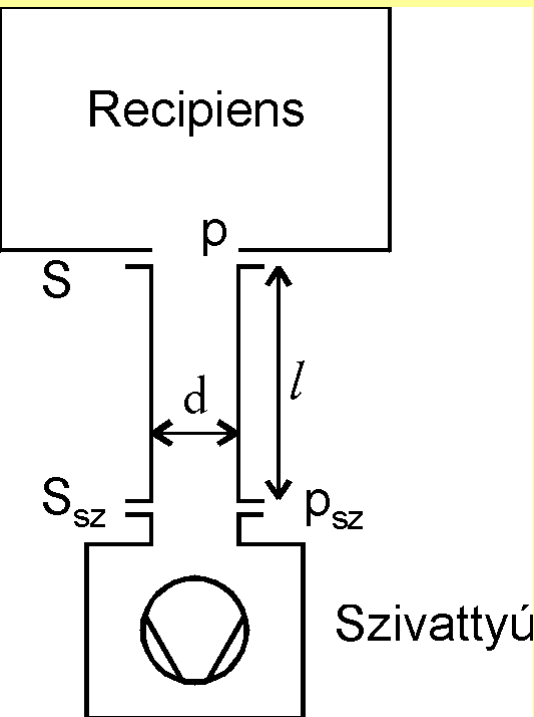
**Soros kapcsolás:**  $Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n ; \quad \underline{1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_n}$  (4.3.3.)

**Párhuzamos kapcs.:**  $1/Z = 1/Z_1 + 1/Z_2 + \dots + 1/Z_n ; \quad \underline{C = C_1 + C_2 + \dots + C_n}$  (4.3.4.)

# 4.4. A SZIVATTYÚ EREDŐ ÉS TÉNYLEGES SZÍVÓSEBESSÉGE

## 4.4.1. A szivattyú és a hozzácsatolt vezeték eredő szívósebessége

Az edény szívásakor a recipiensnél és a szivattyúnál ugyanannyi gáz áramlik át.



4.4.1. ábra.  
Szemléltető ábra.  
 **$p$ ,  $S$** : nyomás és szívósebesség a cső szívótorkában;  
 **$d$ ,  $l$** : az összekötő cső átmérője és hossza;  
 **$p_{sz}$ ,  $S_{sz}$** : a szivattyú torkában mért nyomás és szívósebesség.

$$Q = pS = p_{sz}S_{sz}$$

$$p > p_{sz}$$

Eredő szívósebesség:

$$S = S_{sz} \cdot \frac{p_{sz}}{p} < S_{sz} \tag{4.4.1.}$$

A szivattyú **eredő szívósebességét** a cső áramlási ellenállásából [ $Z$  (4.3.1.)] kiindulva is levezethetjük:

$$Z = (p - p_{sz})/Q$$

$$Z = 1/S - 1/S_{sz}$$

A **C** vezetőképességű gázvezetővel sorba kapcsolt szivattyú **eredő szívósebessége**

Ha  $C \rightarrow \infty$ ,  $S \rightarrow S_{sz}$ , ha  $C = 0$ ,  $S = 0$ .

$$\frac{1}{S} = Z + \frac{1}{S_{sz}} \tag{4.4.2.a.}$$
$$\frac{1}{S} = \frac{1}{C} + \frac{1}{S_{sz}} \tag{4.4.2.b.}$$
$$S = \frac{S_{sz}}{1 + S_{sz} / C} \tag{4.4.2.c.}$$

#### 4.4.2. Gázbeömlés hatása a szivattyú tényleges (effektív) szívósebességére

A szivattyú  $S_{sz}$  szívósebessége az elszívott hasznos gázáram ( $Q$ ) és az alapbeömlés ( $Q_o$ , pl. szivárgás, falakról leváló gázok stb.) összegével tart egyensúlyt egy  $p$  nyomáson:  $Q + Q_o = S_{sz} \cdot p$ .

$$Q = S_{sz} \cdot p - Q_o = S_{sz} \cdot p \left( 1 - \frac{Q_o}{S_{sz} \cdot p} \right) \quad (4.4.3.)$$

Ha  $Q = 0$ , az így kialakuló  $p = p_o$  nyomást a  $Q_o$  beömlés határozza meg:  $Q_o = S_{sz} \cdot p_o$ .

$$S_{eff} = \frac{Q}{p} = S_{sz} \left( 1 - \frac{Q_o}{S_{sz} \cdot p} \right) = S_{sz} \left( 1 - \frac{p_o}{p} \right) \quad (4.4.4.)$$

A káros  $Q_o$  alapbeömléssel elérhető **tényleges vagy effektív szívósebesség**: ( $S_{eff}$ ) mindig kisebb, mint a katalógusokban megadott **névleges v. volumetrikus szívósebesség** ( $S_{sz}$ ).  $Q_o$  alapbeömléssel elérhető végnyomás:  $p_o = Q_o / S_{sz}$ .

Példa: egy forgólapátos szivattyú névleges (volumetrikus) szívósebessége:  $S_{sz} = 7,2 \text{ m}^3/\text{h} = 2 \text{ l/s}$ ; végvákuuma:  $p_{sz} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ mbar}$ ; a tömítetlenségeiből származó káros beömlés:  $Q_o = 0,1 \text{ mbar} \cdot \text{l} \cdot \text{s}^{-1}$ . Mennyi a szivattyú effektív szívósebessége, ha az elérni kívánt üzemi nyomás  $p_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mbar}$ , máskor pedig  $p_2 = 1 \cdot 10^{-1} \text{ mbar}$ ?

$$S_{eff} = S_{sz} \left( 1 - \frac{Q_o}{S_{sz} \cdot p} \right) = 2 \frac{\text{l}}{\text{s}} \left( 1 - \frac{0,1 \text{ mbar} \cdot \text{l} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} \cdot p} \right) = 2 \left( 1 - \frac{0,05 \text{ mbar}}{p} \right) \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Ha  $p = p_1 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mbar}$ , akkor:  $S_{eff} = 2(1 - 0,05/0,05) \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} = 0 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow p_1/p_{sz} = 50$

Ha  $p = p_2 = 1 \cdot 10^{-1} \text{ mbar}$ , akkor:  $S_{eff} = 2(1 - 0,05/0,1) \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow S_{eff} = S/2$

## 4.5. ÁRAMLÁS KIS, VÉKONY FALÚ NYÍLÁSON ÁT

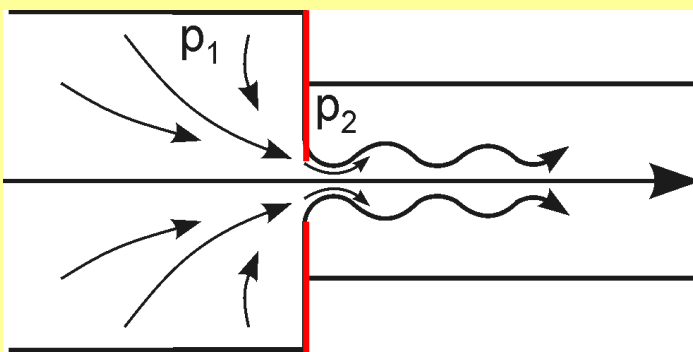
### 4.5.1. Viszkózus áramlás kis, vékony falú nyíláson át

A gáz viszkózus, ha  $Kn < 0,01$  vagy másként:  $\bar{l} \ll d$  (a környílás átmérője)

Az áramlás ilyenkor **turbulens**, ha  $Re > 2200$  és **lamináris**, ha  $Re < 1200$ .

A gáz turbulens mozgását analitikusan nehéz leírni, a rendszerekben csak a légköri nyomás közelében fordul elő, így a leszívásban-fellevegőzésben rövid ideig tart, ezért ezzel itt nem foglalkozunk.

### Lamináris áramlás



4.5.1. ábra. Kis vékony nyíláson átáramló nagy nyomású gáz áramvonalai. Kb. 85%-ára csökken a keresztmetszet (*vena contracta*).

#### 4.5.1.1. Gázmennyiség-áram

Ha egy nagy tartályban egy  $d$  átmérőjű vékony nyílás  $p_1(T_1) > p_2(T_2)$  nyomású gázokat választ el, akkor áramlás alakul ki, amely a tapasztalat szerint lamináris, ha  $p_1$  nagy, azaz a közepes szabad úthossz sokkal kisebb a nyílás átmérőjénél. A korábbi 4.1.1 tábl. szerint:

$$\bar{l} < d/100, \quad \text{vagy} \quad 0,66 \text{ mbar} \cdot \text{cm} < \bar{p} \cdot d$$

|         |       |
|---------|-------|
| $p_1 >$ | $p_2$ |
|---------|-------|

**Gázmennyiség-áram vékony, kis nyíláson át lamináris áramlásban**  
**– a félempirikus Prandtl-törvény írja le:**

$$Q = \left( \frac{2\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{kT_1}{m} \right)^{1/2} \cdot r^{1/\gamma} \cdot \left( 1 - r^{(\gamma-1)\gamma} \right)^{1/2} \cdot p_1 \cdot A \quad (4.5.1.)$$

ahol **A**: a nyílás területe ; **r** =  $p_2 / p_1 \leq 1$  ; **γ** =  $C_p / C_v$  (a hőkapacitások hányadosa); **m** = a molekula tömege

**Levegőben,  $T_1 = 293$  K-nél:  $\gamma = 1,403$ , a  $Q$  kiszámítása egyszerűsödik:**

$$Q = 76,6 \cdot r^{0,712} \cdot \sqrt{1 - r^{0,288}} \cdot p_1 \cdot A \quad (4.5.2.)$$

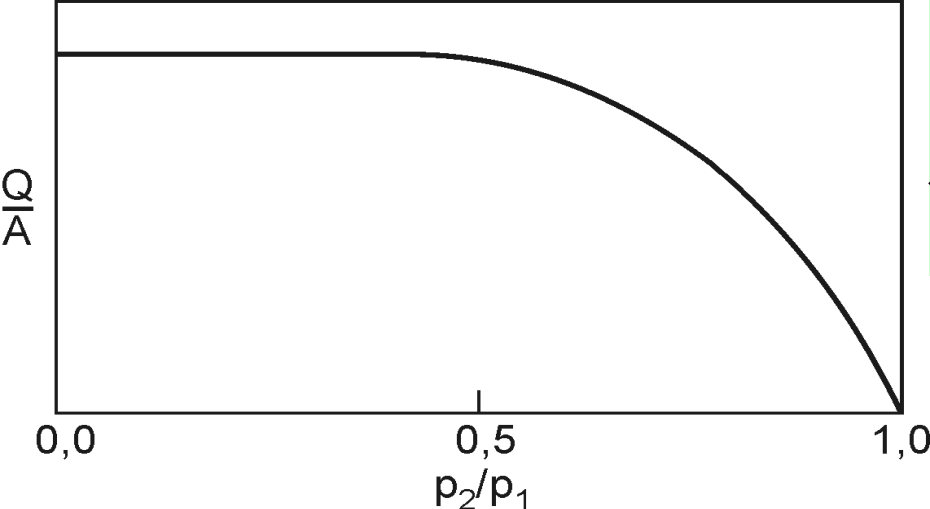
$[Q] = \text{mbar}\cdot\text{s}^{-1}, \quad \text{ha } [p_1] = \text{mbar} \text{ és } [A] = \text{cm}^2$

**Lyukas edény leszívásakor:**  $r = p_2 / p_1 = 1$  –nél  $Q = 0$ , de ahogy csökkentjük a  $p_2$  nyomást (és  $r$  értékét), úgy nő a  $Q$  gázáram, majd egy kritikus  $r$  értéknél  $Q$  maximumot mutat, amelyet megőriz a kritikushoz kisebb  $r$  értéken is [(4.5.2.) ábra].

**Fojtott vagy korlátozott áramlás:** ha a gáz áramlása eléri a hang sebességét, a szívott oldali nyomás ( $p_2$ ) további csökkentése nem jár a gázáram növekedésével. A **hangsebesség eléréséhez szükséges kritikus nyomásarány** 20 °C hőmérsékletű levegőben:

$r < r_c$  nyomásarányoknál is maximális marad a gázáram.

$$r_c = \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = 0,525 \quad (4.5.3.)$$



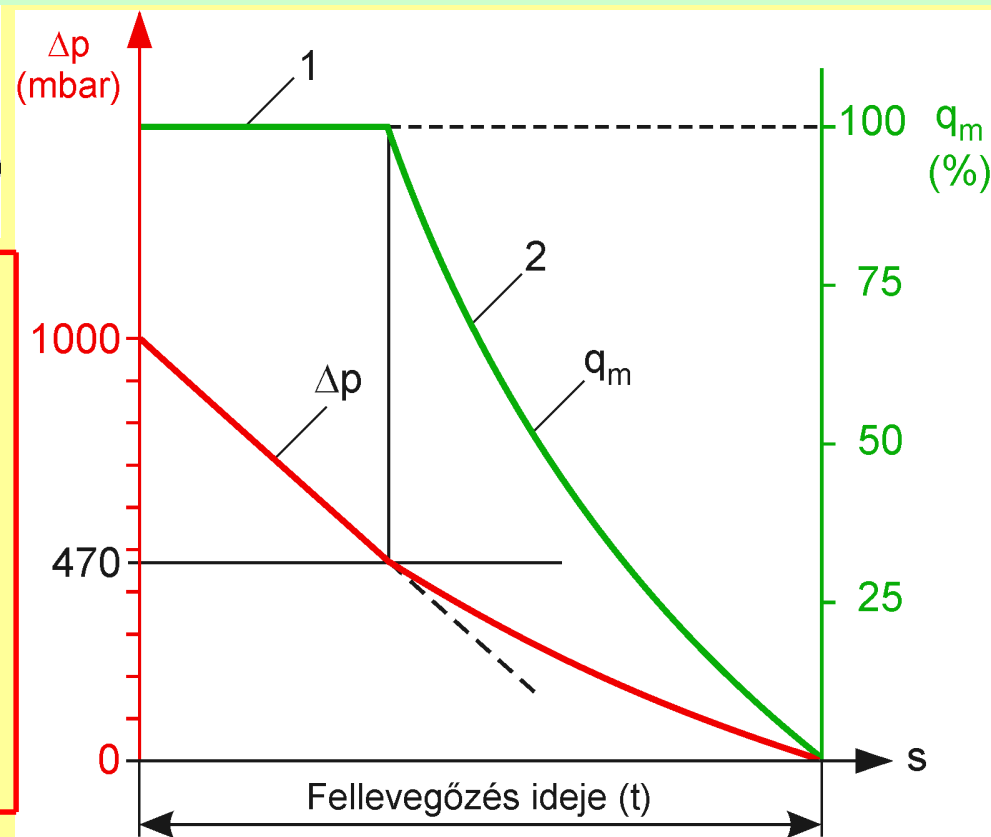
**Vékony kis nyíláson át a lamináris áramlás ( $r_c > r = p_2/p_1$  aránynál ! ) maximális gázmennyiség-árama 20 °C hőmérsékletű levegő gázra:**

$$\underline{Q_{max} = 20 \cdot A \cdot p_1}$$

$[Q] = \text{mbar} \cdot \text{s}^{-1}$ , ha  $[p_1] = \text{mbar}$   
és  $[A] = \text{cm}^2$

Más gázoknál ez az érték a molekulatömeg és a hőkapacitások arányának ( $\gamma = C_p / C_v$ ) függvényében a Prandtl-törvény (4.5.1.) szerint változik.

**4.5.2. ábra. A felületegységre jutó viszkózus gázmennyiség-áram kis nyíláson át, a nyomásarány függvényében.**



**4.5.3. ábra. Egy  $p_2$  nyomásra szívott edény kis nyíláson át  $p_1 = 1$  bar-ról történő fellevegőzésenek folyamata [L2].**  
 $\Delta p = p_1 - p_2$ ; a kritikus  $r_c = 0,525$ -nél  $(\Delta p)_{krit} \approx 470 \text{ mbar}$ ;  $q_m$ : gáztömeg-áram.



#### 4.5.1.2. Vezetőképeség levegőre (Kis vékony nyílás, lamin. áramlás)

$$C = \frac{1}{Z} = \frac{Q}{p_1 - p_2} = \text{ha } r \leq 0,525 \quad T = 20 \text{ } ^\circ\text{C} = 20A \frac{p_1}{p_1 - p_2} = 20 \frac{A}{1-r} \quad (4.5.5.)$$

ha  $r \leq 0,1$ , akkor 10%-on belüli pontossággal:  $C = 20A$  (4.5.6.)  
 $[C] = \ell\text{s}^{-1}$  ha  $[A] = \text{cm}^2$

Ha a gáz nyomása a nyíláson áthaladás után a tizedére csökken, a nyílás vezetőképesége 10%-on belül független mindkét oldali nyomástól!

Más gázoknál ez az érték a  $Q$  anyagfüggése miatt  $m_a^{-1/2}$ -el arányosan és a hőkapacitások arányától ( $\gamma = C_p / C_v$ ) függően a Prandtl-törvény szerint változik.

#### 4.5.1.3. Szívósebesség levegőre (Kis vékony nyílás, lamin. áramlás)

$$S = \frac{Q}{p_1} = \frac{C(p_1 - p_2)}{p_1} = C(1-r) \quad (4.5.7.)$$

ha  $r \leq 0,525, T = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$  hőmérsékleten  $S = 20A$  (4.5.8.)  
 $[S] = \ell\text{s}^{-1}$  ha  $[A] = \text{cm}^2$

$C$  és  $S$  nem ugyanaz a mennyiség, csak  $r \leq 0,1$ -nél esik egybe az értékük!

Más gázoknál ez az érték a  $Q$  anyagfüggése miatt  $m_a^{-1/2}$ -el arányosan és a hőkapacitások arányától ( $\gamma = C_p / C_v$ ) függően a Prandtl-törvény szerint változik.

### 4.5.2. Molekuláris áramlás kis, vékony falú nyíláson át

Emlékeztető: molekuláris a levegő áramlása, ha:  $\bar{p} \cdot d < \bar{p} \cdot \bar{l} = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ mbar} \cdot \text{cm}$ ,  
A két oldalról jövő gázmennyiség-áramok eredője (2.6.2.1.) felhasználásával:

**Gázszállítás:**  
**minden gázra**

$$Q = \frac{\bar{c}}{4} A (p_1 - p_2) \quad (4.5.9.)$$

Nagyobb vagy vastagabb nyílás esetén  $Q$  fenti értékét szorozni kell a gázok nyíláson való átjutásának valószínűségével, a transzmisszióval ( $\alpha$ ).

**Gázszállítás levegőre, 20 °C-on:**

$$Q = 11,6 (p_1 - p_2) A \quad (4.5.10.)$$

Ha  $[A] = \text{cm}^2$  és  $[p] = \text{mbar}$ , akkor  $[Q] = \text{mbar } \ell \text{ s}^{-1}$

**Vezetőképesség levegőre, 20 °C-on:**

$$C = \frac{Q}{p_1 - p_2} = 11,6 A \quad (4.5.11.)$$

Ha  $[A] = \text{cm}^2$ , akkor  $[C] = \ell \text{ s}^{-1}$

**Szívósebesség levegőre, 20 °C-on:**

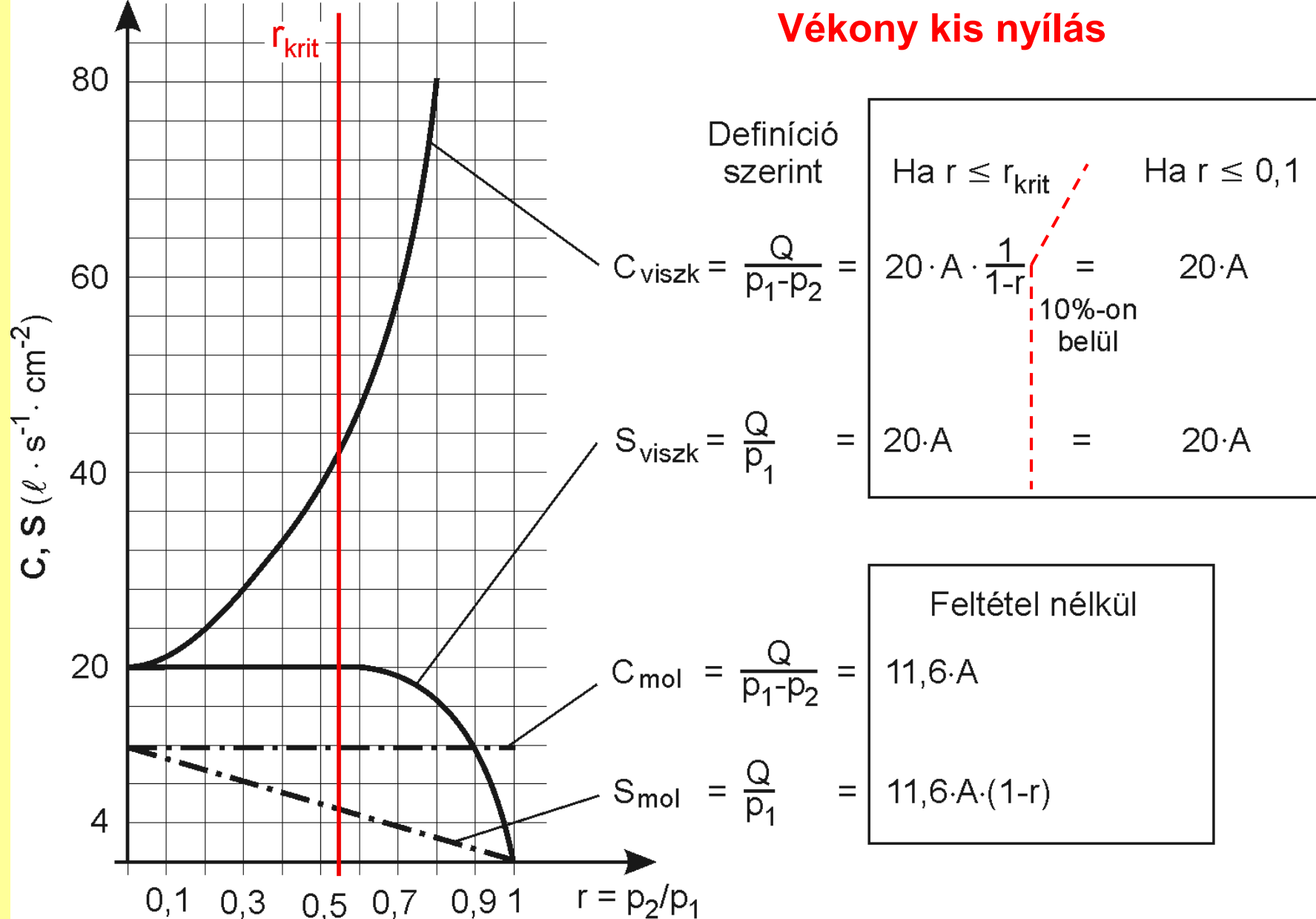
$$S = \frac{Q}{p_1} = 11,6 \left( 1 - \frac{p_2}{p_1} \right) A \quad \text{ahol } p_1 > p_2 \quad (4.5.12.)$$

Ha  $[A] = \text{cm}^2$  és  $[p] = \text{mbar}$ , akkor  $[S] = \ell \text{ s}^{-1}$

**Más gáznál és más hőmérsékleten:  $(T/m_a)^{1/2}$ -el arányosan kell korrigálnunk.**

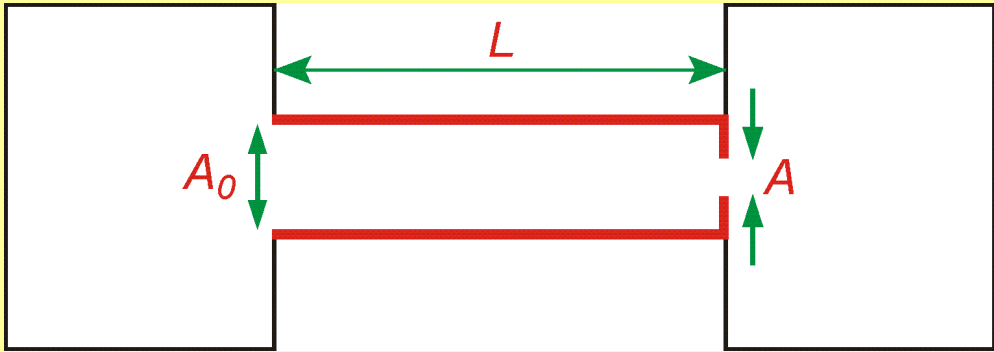
Ha  $p_1 \gg p_2$ : a kinetikus gázelméletből levegőre számolt  $11,6 \ell \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$  értéket kapjuk.

## Vékony kis nyílás



4.5.4. ábra. Vékony kis nyílás 1 cm<sup>2</sup>-ére vonatkoztatott vezetőképességek ( $C_{viszk}$ ,  $C_{mol}$ ) és szívósebességek ( $S_{viszk}$ ,  $S_{mol}$ ) viszkózus és molekuláris áramlásnál [L2], a nyomásaránytól ( $p_2/p_1$ ) függően. A gáz 20 °C hőmérsékletű levegő,  $r_{krit} = 0,525$ .

4.6. MOLEKULÁRIS ÁRAMLÁS NAGY VÉKONY NYÍLÁSON ÁT



4.6.1. ábra. Áramlás vékony nagy nyíláson át – szemléltető ábra. Az **A** nyílás balról nagy, jobbról kicsi a környezetéhez képest.

Egyszerű megfontolással közelítőleg kiszámolhatjuk a nagy nyílás vezetőképességét ( $C_{A,N,Mol}$ ) és szívósebességét ( $S_{A,N,Mol}$ ), amelyek a tapasztalattal jó közelítéssel egyeznek.

$$\frac{1}{Z_{A,N}} = C_{A,N,Mol} = \frac{11,6AA_0}{A_0 - A} = C_A \frac{A_0}{A_0 - A} = \frac{11,6A}{1 - A/A_0} \tag{4.6.1.}$$

$$S_{A,N,Mol} = C_{A,N,Mol} \left( 1 - \frac{p_2}{p_1} \right) = 11,6A \frac{\left( 1 - \frac{p_2}{p_1} \right)}{1 - A/A_0} \tag{4.6.2.}$$

Szélsőértékben visszaadják a korábbi eredményeket: ha  $A \ll A_0$ , akkor  $Z_{A,N} = Z_A$ , tehát kis nyílás esetén a kifejezés valóban visszaadja a kis nyílás ellenállását; ha  $A = A_0$ , akkor  $Z_{A,N} = 0$ , tehát csak a cső ellenállásával kell számolni.

Noha molekuláris viszonyokra vezették le, de a *viszkózus áramlás* tartományában is eligazítást ad az itt bevezetett  $A_0/(A_0-A)$  korrekció.

## 4.7. ÁRAMLÁS CSÖVEKBEN

**Knudsen** egy félempirikus formulát vezetett be 1909-ben a **kör keresztmetszetű, egyenes, hosszú csövekben** kialakuló gázmennyiség-áramra:

$$Q = \left[ \left( \frac{\pi}{128} \cdot \frac{D^4 \bar{p}}{\eta L} \right) + \left( \frac{1}{6} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_a}} \frac{D^3}{L} \right) \cdot \left( \frac{1 + \sqrt{\frac{m}{kT}} \frac{D\bar{p}}{\eta}}{1 + 1,24 \sqrt{\frac{m}{kT}} \frac{D\bar{p}}{\eta}} \right) \right] (p_1 - p_2) \quad (4.7.1.)$$

ahol  $D$ : a cső átmérője;  $L$ : a cső hossza;  $\eta$ : viszkozitás;  
 $\bar{p} = (p_1 + p_2)/2$ ;  $p_1, p_2$ : a cső végén mért nyomások

**Tiszta molekuláris áramlásnál**, azaz  $(\bar{l} > D) \leftrightarrow (\bar{p} \rightarrow 0)$  feltételek teljesülésekor **az első tag zérushoz tart, a második pedig leegyszerűsödik.**

**Tiszta viszkózus áramlásnál**, azaz nagy  $D\bar{p}$  értéknél a második tag második szorzótényezője 1, **az egész második tag pedig elhanyagolható az első tag mellett.**

### 4.7.1. Lamináris áramlás csövekben

- **Kör keresztmetsetű hosszú csőben a tiszta lamináris áramlás** feltétele a 4.4.1. táblázatban már említett  $Kn < 0,01$ , azaz  $\bar{l} < D/100$ ) egyenlőtlenség és a belőle levezethető:  $0,66 \text{ mbar}\cdot\text{cm} < \bar{p} D$ .

A (4.7.1.) Knudsen-formulában csak az első tag marad meg.

#### Gázmennyiség-áram:

$$Q_{CSŐ,LAM} = \left( \frac{\pi}{128} \cdot \frac{D^4 \bar{p}}{\eta L} \right) (p_1 - p_2) \quad \text{Hagen-Poiseuille-egyenlet} \quad (4.7.2.)$$

$[Q] = \text{mbar } \ell \text{ s}^{-1}$ , ha  $[D, L] = \text{cm}$ ,  $[p_1, p_2, \bar{p}] = \text{mbar}$

#### Vezetőképesség:

$$C_{CSŐ,LAM} = \frac{\pi}{128} \frac{D^4}{\eta L} \bar{p} \quad [C] = \ell \text{ s}^{-1}, \text{ ha } [D, L] = \text{cm} \quad (4.7.3.)$$

$[\bar{p}] = \text{mbar}$

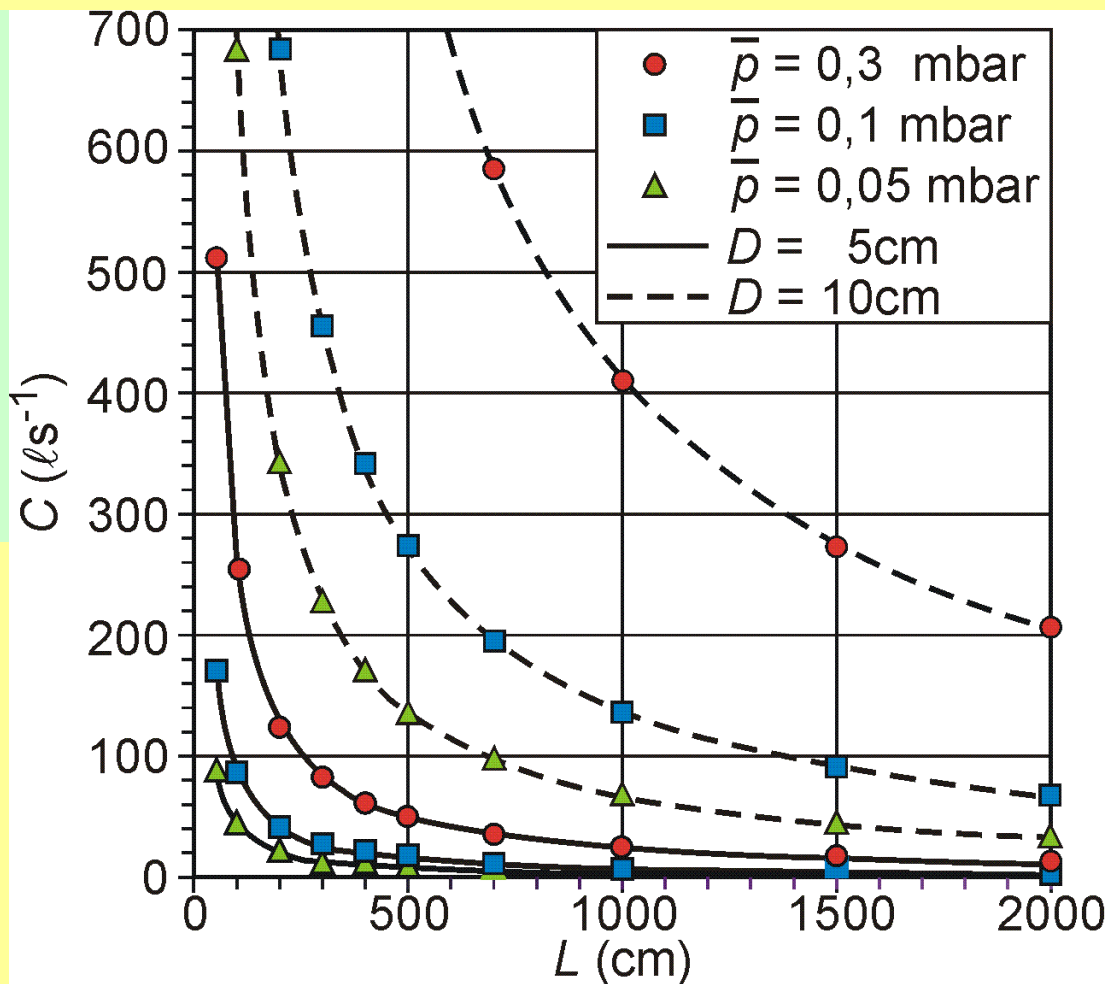
#### Vezetőképesség levegőre, 20 °C-on:

$$C_{CSŐ,LAM} (\text{levegő}) = 137 \cdot \frac{D^4}{L} \bar{p} \quad (4.7.4.)$$

$[C] = \ell \text{ s}^{-1}$ , ha  $[D, L] = \text{cm}$ ,  $[\bar{p}] = \text{mbar}$

#### 4.7.1. ábra.

Kör keresztmetszetű cső  
vezetőképessége 20 °C levegő  
lamináris áramlásában,  
különböző átlagnyomásoknál.  
A cső hossza:  $L$ , átmérője:  $D$ .  
A (4.7.4.) egyenlettel számolt  
értékek.



A vezetékeket mindig a lehető  
legrövidebbre és kellően nagy  
átmérőjűre kell választani!

**Szívósebesség 20°C levegőre,  
lamináris áramlásban:**

**Kör keresztm. hosszú cső közepén:**

$$S_{1/2CS\ddot{O},LAM}(\text{levegő}) = 137 \frac{D^4}{L} (p_1 - p_2)$$

(4.7.5.a.)  $[S] = \ell \text{ s}^{-1}$ , ha  $[D, L] = \text{cm}$ ,  $[p_1, p_2] = \text{mbar}$ ;  $r = p_1/p_2$

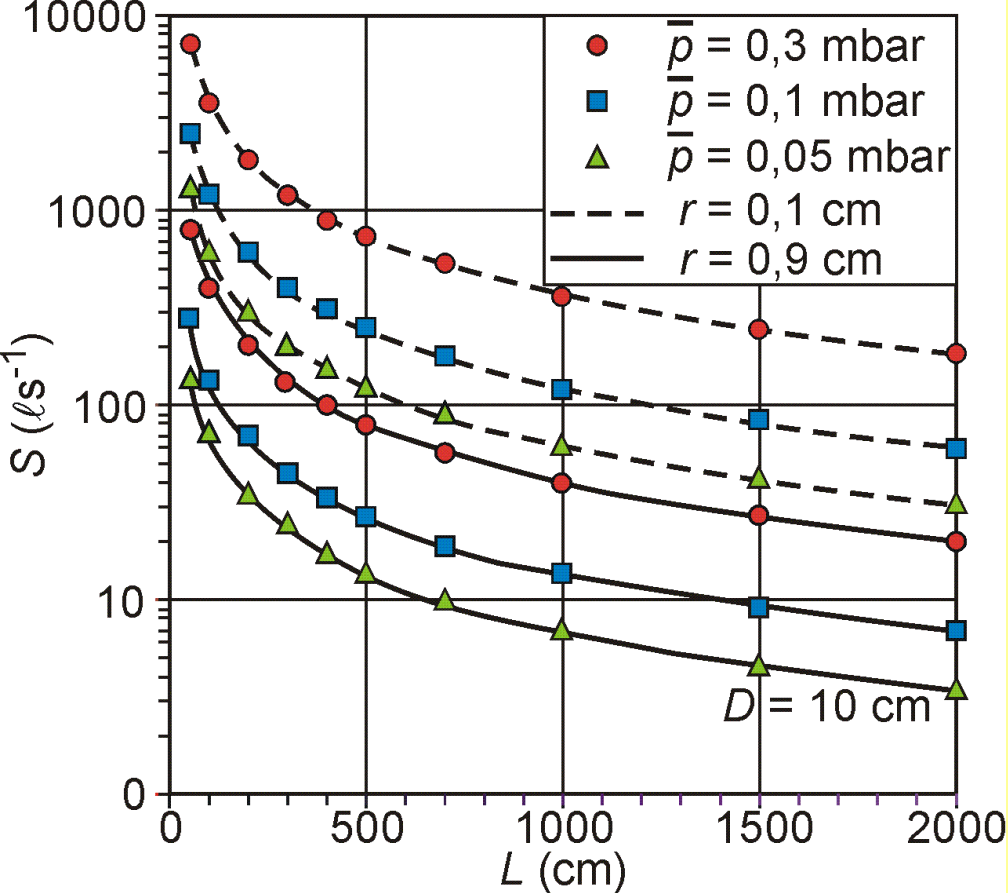
**Kör keresztm. hosszú cső végén:**

$$S_{CS\ddot{O},LAM}(\text{levegő}) = 137 \frac{D^4}{L} \bar{p}(1-r)$$

(4.7.5.b.)

0,8 ≤  $r$  ≤ 1 tartományban a két szívósebesség 10%-on belül azonos,  $r = 1$ -nél  $S = 0$ .





**4.7.2. ábra. Lamináris áramlásban a 10 cm átmérőjű cső szívósebessége a cső végénél a hosszúság függvényében. Értéke az átlagnyomással arányosan nő, és az  $r = p_1/p_2$  paraméter csökkenésével is jelentősen nő.**

**Megjegyezzük, hogy a csövek leginkább passzív elemek, önálló szívósebességük csak akkor van, ha előzőleg szivattyúval nyomáskülönbséget hoztunk létre a cső két vége között, pl. egy leszívott tartály és a cső közötti szelepet kinyitjuk, másik oldalán pedig nagyobb nyomás van.**

**A csöveknek inkább a vezetőképességével (ellenállásával) számolunk, amely szivattyúhoz vagy egy másik passzív elemhez csatlakozik, és így számoljuk az eredő szívósebességet/vezetőképességet.**

**- Rövid cső lamináris vezetőképessége:**

Ha a cső nem eléggé hosszú, akkor a cső nyílása és a cső ellenállásainak soros kapcsolásával kell számolnunk, azaz a vezetőképességekre igaz:

$$1/C_{\text{rövidcső}} = 1/C_{\text{cső}} + 1/C_{\text{nyílás}} \tag{4.7.6.}$$

**- Más gázok lamináris vezetőképessége:**

A vezetőképesség fordítottan arányos a viszkozitással (Knudsen-egyenlet). Ezért ha levegő helyett más gázt használunk, akkor a levegőre érvényes vezetőképességeket az alábbi *k* korrekcióval kell szorozni:

$C_{\text{gáz}} = k \cdot C_{\text{lev}}$ 

|          | H <sub>2</sub> | He   | H <sub>2</sub> O | Ne   | N <sub>2</sub> | O <sub>2</sub> | CO <sub>2</sub> |
|----------|----------------|------|------------------|------|----------------|----------------|-----------------|
| <i>k</i> | 2,1            | 0,93 | 1,9              | 0,58 | 1.04           | 0,91           | 1,26            |

**4.7.2. Átmenet a molekuláris és a lamináris áramlási tartomány között csövekben (Knudsen-áramlás)**

Átmeneti az áramlás, ha  $1 > Kn > 0,01$

**A kör keresztmetsetű cső vezetőképessége 20 °C levegőre, (4.7.1.)-ből :**

$$C_{\text{cső}} = 12,1 \frac{D^3}{L} \cdot J, \text{ ahol } J = \frac{1 + 0,271D\bar{p} + 0,00479(D\bar{p})^2}{1 + 0,316D\bar{p}} \tag{4.7.7.}$$

Ha  $D\bar{p} < 2 \cdot 10^{-2}$  mbar·cm:  $J \rightarrow 1$ , ha  $D\bar{p} > 0,66$  mbar·cm: lamináris áramlás.

| $D\bar{p}$ (mbar·cm) | 0,0266 | 0,0532 | 0,0798 | 0,1064 | 0,133 | 0,266 | 0,532 | 0,798 |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|
| <i>J</i>             | 1,1    | 1,4    | 1,7    | 2,0    | 2,3   | 3,8   | 6,9   | 9,9   |

### 4.7.3. Molekuláris áramlás csövekben

Tiszta molekuláris áramlásnál, azaz  $(\bar{l} > D) \leftrightarrow (\bar{p} \rightarrow 0)$  a (4.7.1.) Knudsen-formula első tagja zérushoz tart, a második pedig leegyszerűsödik.

Hosszú cső gázmennyiség-árama:

$$Q_{CSŐ,MOL} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_a}} \frac{D^3}{L} (p_1 - p_2) \quad (4.7.1.a.)$$

Hosszú cső vezetőképessége:

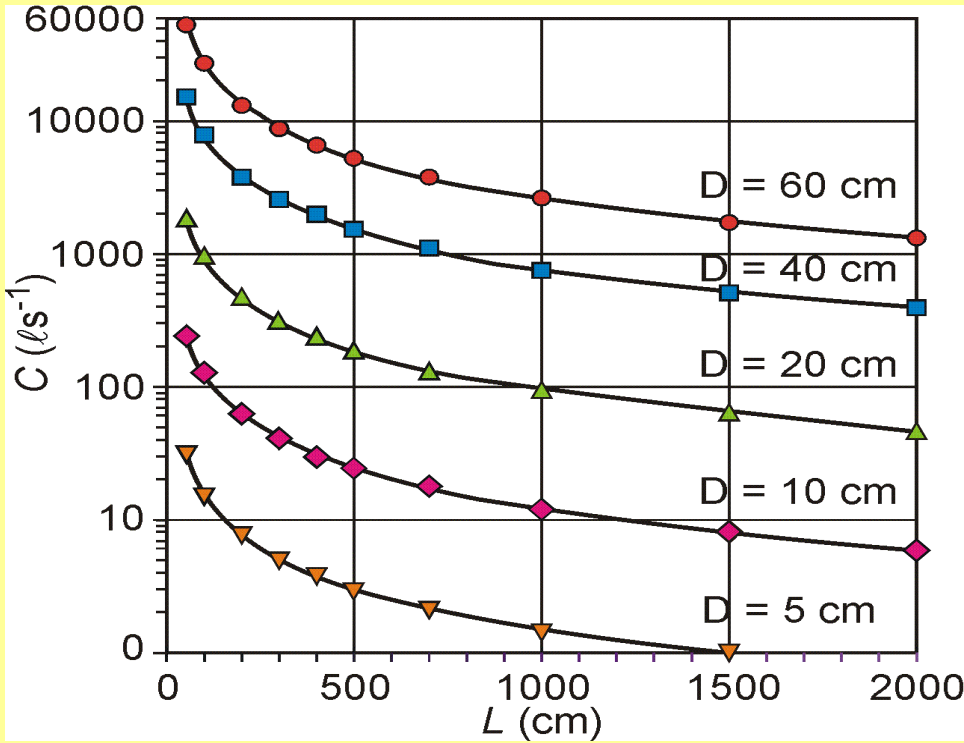
$$C_{CSŐ,MOL} = \frac{Q}{p_1 - p_2} = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{2\pi kT}{m_a}} \frac{D^3}{L}$$

$[C] = \ell \text{ s}^{-1}$ , ha  $[D, L] = \text{cm}$  (4.7.8.)

Hosszú cső vezetőképessége molekul. áramlásban levegőre, 20 °C-on:

$$C_{CSŐ,MOL}(\text{levegő}) = 12,1 \cdot \frac{D^3}{L}$$

$[C] = \ell \text{ s}^{-1}$ , ha  $[D, L] = \text{cm}$  (4.7.9.)

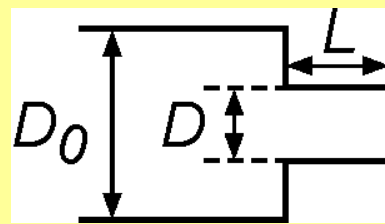


4.7.3. ábra. Hosszú, kör keresztmetszetű csövek vezetőképessége 20 °C-os levegőre, molekuláris áramlásban.

4.7.3.1. Rövid cső vezetőképessége molekuláris áramlásban, levegőre

- Az azonos átmérőjű ( $D$ ) nyílás és cső vezetőképessége egyenlő, ha a cső  $L$  hossza:  $L = \frac{4}{3} D$  (4.7.10.)
- A cső hosszú, ha  $L \gg 4/3D$ ; nyílás, ha  $L \ll 4/3D$ ; rövid, ha  $L \approx 4/3D$ .
- Rövid cső vezetőképessége a hosszú cső és nyílás vezetőképességének sorba kapcsolásával képezhető jó közelítéssel:
- Levezethető

$$C_{r.cső,Mol} = \frac{12,1 \frac{D^3}{L}}{1 + 1,33 \frac{D}{L} (1 - \frac{D^2}{D_0^2})} \quad (4.7.11.)$$



$$\alpha = \frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1}$$

- A gáz átjutási valószínűségével ( $\alpha$ ) számolva (ahol  $\alpha_1$  a hosszú cső transzmissziós valószínűsége):

$$C_{r.cső,Mol} = 12,1 \frac{D^3}{L} \alpha \quad [C] = \ell \text{ s}^{-1}, \text{ ha } [D, L] = \text{cm} \quad (4.7.12.)$$

A (4.7.12.)-ből kiszámítható  $\alpha$  értéke csak közelítőleg pontos, mert a modellünk is közelítés volt. 10%-on belül igaz, hogy ha  $L \leq 0,1D$ , akkor  $\alpha = 3/4L/D$ , ill. ha  $L > 20D$ , akkor  $\alpha=1$ . Clausing kinetikus elméletre alapozott és a véghatásokat is figyelembe vevő számítása 1%-on belül pontos. Ma már leginkább Monte-Carlo módszerrel számítják  $\leq 1\%$  pontossággal.

#### 4.7.3.2. Vezetőképesség csövön keresztül molekuláris áramlásban, levegőben – általános leírás

**Knudsen szerint** jobb eredményt kapunk, ha feltételezzük: az áramlási sebesség arányos a molekulák Maxwell-Boltzman eloszlás szerinti véletlenszerű sebességével. Ekkor levegő gázra számolva:

**20 °C hőmérsékletű levegő esetében**

**a tetszőleges keresztmetszeti alakzatú cső vezetőképessége molekuláris áramlásban:**

$$C_{TETSZ.CSŐ,MOL} = \frac{Q}{p_1 - p_2} = 61,8K \frac{A^2}{BL} \quad [C] = \ell \text{ s}^{-1}, \text{ ha } [D, L] = \text{cm} \quad (4.7.13.)$$

**A: a cső keresztmetszete, B: a kerülete, L: a hossza.**

**Kör keresztmetszetű csőnél  $K = 1$ , és visszkapjuk a már ismertetett**

**$C_{CSŐ,MOL}(\text{levegő}) = 12,1 \cdot \frac{D^3}{L}$  (4.7.9.) egyenlőséget. A körtől eltérő keresztmetszeteknél  $K \neq 1$ .**

**A képletből levezethető speciális alakzatok, pl. körgyűrű, háromszög, derékszögű négyszög (ezen belül pl. lapos téglalap) keresztmetszetű cső vezetőképessége is.**

## 4.8. RECIPIENS LESZÍVÁSI IDEJE

Ha  $V$  a recipiens (leszívandó edény) térfogata; benne  $p_0$ : a  $t = 0$  időben,  $p$ : a " $t$ " időben mért nyomás;  $S$ : a  $V$ -nél érvényesülő szívósebesség és  $Q = pS$ : az edényből kifolyó gázmennyiség-áram, akkor kiszámítható, hogy:

$$p = p_0 \cdot e^{-S \cdot t / V} = p_0 \cdot e^{-t / \tau}, \text{ ahol} \quad (4.8.1.)$$

$\tau = V/S$  a rendszer **időállandója**

$$t = 2,3 \cdot \tau \cdot \log \frac{p_0}{p} \quad \text{a leszívási idő } p_0\text{-ról } p \text{ nyomásra.} \quad (4.8.2.)$$

$$t_{1/2} = \frac{2}{3} \tau \quad \text{a felezési idő, a } p_0\text{-ról } p_0/2\text{-re szívás ideje} \quad (4.8.3.)$$

A leszívási időt, végnyomást növeli:

- gázszivárgás (lyuk),
- falokról leváló gázok (főleg víz),
- a szivattyút az edénnyel összekötő vezeték ellenállása ( $S$ -et csökkenti).

4.8.1. ábra. Egy  $V = 200 \text{ ℓ}$  térfogatú edény leszívási ideje  $S = 10 \text{ ℓ/s}$  szivattyúval,  $Q = 0,75 \text{ mbar} \cdot \text{ℓ/s}$  állandó beömléssel; az I. tartomány nyomását a térfogatból származó gázáram, a II. tartományét az állandó beömlés szabja meg [L1].

